

SUCESIONES Y PROGRESIONES

3° ESO

MATEMÁTICAS

- Una **sucesión** es un conjunto de números ordenados que siguen alguna regla.
- Cada uno de estos números se llama **término** y se representa por a_n , donde n es el lugar que ocupa dicho número en la sucesión.
- La **fórmula** que permite hallar cualquier término de una sucesión se denomina **término general**.

Escribe los tres términos siguientes de las sucesiones:

- Ejemplo: $-1, 3, -5, 7, -9, \dots$ los siguientes términos son: $11, -13, 15$
- $2, 6, 18, 54, 162, \dots$

Los siguientes términos son $486, 1458, 4374$
(cada uno se obtiene multiplicando por 3 el anterior)

- $-7, -3, 1, 5, 9, \dots$

Los siguientes términos son $13, 17, 21$

Escribe los 6 primeros términos de la sucesión cuyo primer término es 2 y todos los demás se obtienen sumando 25 al término anterior.

- a_1 es el primer término, “a sub uno” y nos dicen que es 2, $a_1 = 2$
- Si todos los demás se obtienen sumando 25 al término anterior, tendremos:
- $a_2 = a_1 + 25 = 2 + 25 = 27$
- Y así sucesivamente, la sucesión es 2, 27, 52, 77, 102, 127... Estos son los 6 primeros términos.

¿Cuáles son los 7 primeros términos de la sucesión cuyo primer término es -1 y los demás se obtienen multiplicando el anterior por 4?

- El primer término es -1, $a_1 = -1$
- $a_2 = a_1 \cdot 4 = -1 \cdot 4 = -4$
- $a_3 = a_2 \cdot 4 = -4 \cdot 4 = -16$
- $a_4 = a_3 \cdot 4 = -16 \cdot 4 = -64$
- $a_5 = a_4 \cdot 4 = -64 \cdot 4 = -256$
- $a_6 = a_5 \cdot 4 = -256 \cdot 4 = -1024$
- $a_7 = a_6 \cdot 4 = -1024 \cdot 4 = -4096$

El término general de una sucesión es $a_n = 4n^2 + 5n - 2$. Calcula los términos primero, tercero y décimo.

- Como n indica el lugar que ocupa cada término en la sucesión, para hallar el primero sustituimos n por 1; para el tercero, por 3, y para el décimo, por 10:
- $a_1 = 4 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 - 2 = 7$
- $a_3 = 4 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3 - 2 = 36 + 15 - 2 = 49$
- $a_{10} = 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 - 2 = 400 + 50 - 2 = 448$

Escribe los cuatro primeros términos de las siguientes sucesiones dadas por su término general.

- $a_n = n^2 - 2n$
- $b_n = 5n - 3$
- $c_n = \frac{1}{4n}$
- $d_n = (-2)^n$
- $a_1 = -1; a_2 = 0; a_3 = 3; a_4 = 8$
- $b_1 = 2; b_2 = 7; b_3 = 12; b_4 = 17$
- $c_1 = \frac{1}{4}; c_2 = \frac{1}{8}; c_3 = \frac{1}{12}; c_4 = \frac{1}{16}$
- $d_1 = -2; d_2 = 4; d_3 = -8; d_4 = 16$

Calcula el término que ocupa el lugar 40 en cada una de las siguientes sucesiones.

- $a_n = (10 + n)^2$

$$a_{40} = (10 + 40)^2 = 50^2 = 2500$$

- $b_n = 6n - 20$

$$b_{40} = 6 \cdot 40 - 20 = 240 - 20 = 220$$

- $c_n = (-1)^n$

$$c_{40} = (-1)^{40} = 1$$

Dada la sucesión $\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{3}{16}, \frac{4}{32}, \frac{5}{64}, \dots$, elige su término general de entre los siguientes.

- $a_n = \frac{n+1}{2n}$

- $b_n = \frac{n+1}{2^n}$

- $c_n = \frac{n}{2^n}$

- $d_n = \frac{n}{2^{n+1}}$

- $d_n = \frac{n}{2^{n+1}}$

PROGRESIONES ARITMÉTICAS

- Una **progresión aritmética** es una sucesión en la que cada término se obtiene sumando al término anterior una cantidad fija, llamada **diferencia** (d).
- El **término general** de una progresión aritmética es $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$, donde a_1 es el primer término de la sucesión.
- La **suma de los n primeros términos** de una progresión aritmética viene dada por la fórmula

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

*Indica si las siguientes sucesiones son progresiones aritméticas.
En caso afirmativo, escribe su diferencia.*

- $-7, -11, -15, -19, -23, \dots$

Sí es una progresión aritmética, porque se mantiene la diferencia entre sus términos:

$$d = -4$$

- $5, 10, 20, 40, 80, \dots$

No lo es.

- $35, 25, 15, 5, -5, \dots$

Sí es una progresión aritmética, y $d = -10$

Calcula el término general de las siguientes progresiones aritméticas.

- 20, 13, 6, -1, -8, ...

La fórmula es $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$

$a_1 = 20$ porque es el primer término.

Tengo que calcular d (la diferencia)

$$d = 13 - 20 = -7$$

Ahora $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d = 20 + (n - 1) \cdot (-7) = 20 - 7n + 7 = 27 - 7n$

- 2, 5, 8, 11, ...

$a_1 = 2$; $d = 5 - 2 = 3$; $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d = 2 + (n - 1) \cdot 3 = 2 + 3n - 3 = 3n - 1$

- -9, -7, -5, -3, ...

$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d = -9 + (n - 1) \cdot 2 = 2n - 11$

Halla el término general y los 4 primeros términos de las siguientes progresiones aritméticas a partir de los datos dados.

- $a_1 = 2$ y $d = 3$

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n - 1) \cdot d = 2 + (n - 1) \cdot 3 \\ &= 2 + 3n - 3 = 3n - 1 \end{aligned}$$

- $a_1 = -11$ y $d = 5$

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n - 1) \cdot d = -11 + (n - 1) \cdot 5 \\ &= -11 + 5n - 5 = 5n - 16 \end{aligned}$$

- $a_1 = 16$ y $d = -4$

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n - 1) \cdot d = 16 + (n - 1) \cdot (-4) \\ &= 16 - 4n + 4 = 20 - 4n \end{aligned}$$

Escribe el valor del término indicado de las siguientes sucesiones aritméticas.

- $a_1 = 5, d = 1, a_{25}$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d;$$

$$a_{25} = 5 + (25 - 1) \cdot 1 = 29$$

- $a_1 = 7, d = -3, a_{40}$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d;$$

$$a_{40} = 7 + (40 - 1) \cdot (-3) = -110$$

- $a_1 = -8, d = 10, a_{75}$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d;$$

$$a_{75} = -8 + (75 - 1) \cdot 10 = 732$$

Halla la suma de los 50 primeros términos de la progresión aritmética donde $a_1 = 4$ y $d = 5$

- El término general es...

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$a_{50} = 4 + (50 - 1) \cdot 5 = 249$$

La fórmula general de la suma es...

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

- Para $n = 50$ tendremos:

$$S_{50} = \frac{a_1 + a_{50}}{2} \cdot 50 = \frac{4 + 249}{2} \cdot 50 = 6229$$

Halla la suma de los 20 primeros números pares

- El término general es...

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$a_{20} = 2 + (20 - 1) \cdot 2 = 40$$

La fórmula general de la suma es...

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

- Para $n = 20$ tendremos:

$$S_{20} = \frac{a_1 + a_{20}}{2} \cdot 20 = \frac{2 + 40}{2} \cdot 20 = 420$$

PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

- Una **progresión geométrica** es una sucesión en la que cada término se obtiene multiplicando el término anterior por una cantidad fija, llamada **razón** (r).
- El **término general** de una progresión geométrica es $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$, donde a_1 es el primer término de la sucesión.
- La **suma de los n primeros términos** de una progresión geométrica viene dada por la fórmula $S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}$

Indica si las siguientes sucesiones son progresiones geométricas y, en caso afirmativo, indica su razón.

- $1, -2, 4, -8, 16, \dots$

Sí es una progresión geométrica, y $r = -2$

- $4, 12, 36, 72, \dots$

No lo es.

- $2, -2, 2, -2, \dots$

Sí lo es y $r = -1$

Calcula la razón r y escribe los tres términos siguientes de la progresión geométrica.

- **1, 3, 9, 27, 81, ...**

$r = 3$ (se consigue dividiendo un término entre el anterior)

Para obtener los términos siguientes, vamos a ir multiplicando

$$81 \cdot 3 = 243 ;$$

$$243 \cdot 3 = 729 ;$$

$$729 \cdot 3 = 2187$$

Halla el término general y los cuatro primeros términos de las progresiones geométricas a partir de a_1 y r .

- $a_1 = 2; r = 3$

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 2 \cdot 3^{n-1}$$

$$a_2 = 2 \cdot 3^{2-1} = 6$$

$$a_3 = a_1 \cdot r^{3-1} = 2 \cdot 3^2 = 18$$

$$a_4 = a_1 \cdot r^{4-1} = 2 \cdot 3^3 = 54$$

- $a_1 = -1; r = 5$

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = -1 \cdot 5^{n-1} = -5^{n-1}$$

$$a_2 = -5; a_3 = -25; a_4 = -125$$

Halla el término general y la suma de los 10 primeros términos de la progresión donde $a_1 = -8$ y $r = -2$

$$a_1 = -8 \text{ y } r = -2$$

La fórmula del término general es...

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = -8 \cdot (-2)^{n-1}$$

Por lo que $a_{10} = \dots$

$$a_{10} = -8 \cdot (-2)^9 = 4096$$

La fórmula de la suma es... $S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}$

$$\begin{aligned} S_{10} &= \frac{a_{10} \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{4096 \cdot (-2) - (-8)}{-2 - 1} \\ &= -2728 \end{aligned}$$