

Trabajando con números

Determina dos números tales que la diferencia de sus cuadrados es 120 y su suma es 6.

Datos:

- Los números serán x e y .
- La diferencia de sus cuadrados, que es $x^2 - y^2$ (recuerda que “*diferencia*” es sinónimo de “*resta*”), tiene que valer 120. $x^2 - y^2 = 120$
- Su suma, que es $x + y$, tiene que valer 6. $x + y = 6$

Planteamiento:

Las dos ecuaciones anteriores se tienen que cumplir a la vez,

lo que forma un sistema:
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 120 \\ x + y = 6 \end{cases}$$

Resolución:

Resolvemos el sistema por sustitución. Despejamos x de la 2ª ecuación: $x = 6 - y$

Sustituimos x por $6 - y$ en $6 - y$ la 1ª ecuación: $(6 - y)^2 - y^2 = 120$. Se trata de una ecuación de 2º grado, que nos obliga a repasar aquello que llamábamos CUADRADO DE UN BINOMIO $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b$, por lo tanto desarrollaremos $(6 - y)^2 = 36 + y^2 - 2 \cdot 6 \cdot y$

Entonces $(6 - y)^2 - y^2 = 120$ queda como $36 + y^2 - 2 \cdot 6 \cdot y - y^2 = 120$ Si nos damos cuenta, las y^2 se pueden tachar porque tienen signo contrario. Nos quedará: $36 + y^2 - 2 \cdot 6 \cdot y - y^2 = 120$ es decir: $36 - 2 \cdot 6 \cdot y = 120$; opero: $36 - 12y = 120$ cambio de lado: $36 - 120 = 12y$ de donde, $-84 = 12y$ por lo que $y = \frac{-84}{12} = -7$

Tenemos que $y = -7$ y antes $x = 6 - y$ con lo que $x = 13$

Solución: los números buscados eran -7 y 13.